

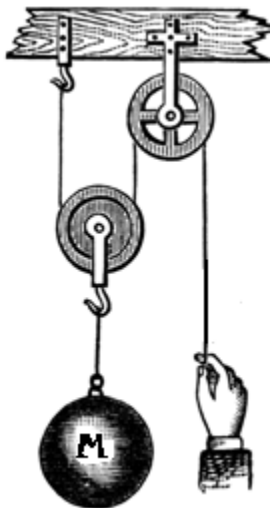
מבחן מועד ב'

משך זמן הבחינה: שלוש שעות

חומר עזר מותר: מחשבון כיס ודף הנוסחאות המצורף לבחינה זו.

כל חומר עזר אחר – אסור לשימוש בבחינה.

מרצה: ד"ר אלי סלוצקין



1. במערכת הגלגלות שבציור, מסת הגלגלות והחוט – זניחה. כוח החיכוך – זניח.

א. איזה כוח צריכה להפעיל היד שבציור, כדי שהכדור (בעל מסה M) ינוע במהירות קבועה v למעלה?

ב. כמה עבודה יש להשקיע, כדי להרים את המסה לגובה h .

ג. מהו ההספק שיש להפעיל, כדי להעלות את המסה למעלה במהירות v ?

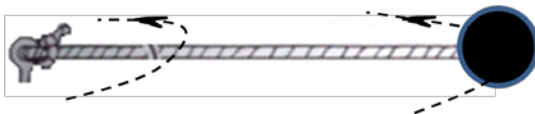
ד. מהי התשובה המספרית לסעיף א', אם $M=1\text{kg}$ ו- $g \approx 10\text{m/s}^2$?

(15%)

2. מסובבים חבל, בעל אורך L ומסה M , במהירות זוויתית ω , ללא גררויטציה.

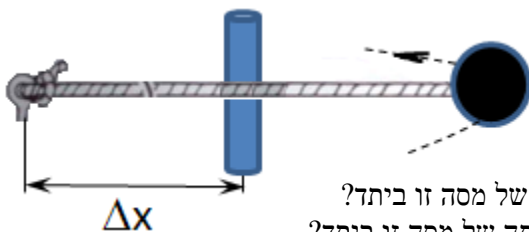
בקצה החבל מחוברת מסה m_w .

מישור הסיבוב מאונך לציר המרכזי, שאליו קשור התיל.



א. מהי המתיחות בנקודות שונות לאורך החבל?

(25%)



ב. ברגע זמן t_0 כלשהו, תוקעים יתד אנכי לתוך מישור התנועה

של החבל, במרחק Δx מציר הסיבוב.

החבל פוגע ביתד; קצה החבל, באורך $(L-\Delta x)$ מתלפף על היתד.

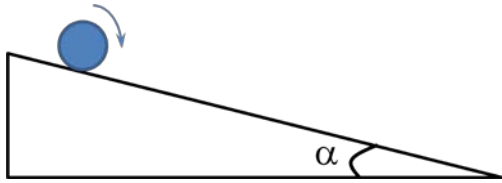
(i) האם האנרגיה של המסה m_w נשמרת מזמן t_0 עד פגיעתה של מסה זו ביתד?

(ii) האם התנע הזוויתי של המסה m_w נשמר מזמן t_0 עד פגיעתה של מסה זו ביתד?

ג. מהי המהירות של המסה m_w ברגע הפגיעה ביתד.

3. כדור, בעל רדיוס R ומסה M, מתגלגל בהשפעת כוח הכבידה של כדור הארץ על משטח שזווית השיפוע שלו היא α . הכדור מתחיל את תנועתו ממצב מנוחה. מקדם החיכוך בין הכדור למשטח המשופע הוא μ . צפיפות המסה של הכדור – אחידה.

(30%)



א. בטאו את מומנט ההתמד של הכדור דרך M ו-R.

$$\text{רמז: } \int (A^2 - x^2)^2 dx = \frac{1}{5} x^5 - \frac{2}{3} A^2 x^3 + A^4 x$$

$$\int \sin^3 \theta d\theta = -\frac{1}{3} \sin^2 \theta \cos \theta - \frac{2}{3} \cos \theta$$

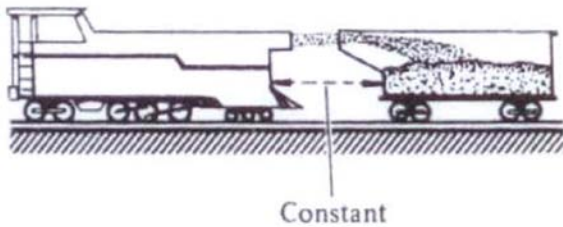
ב. ציירו את דיאגרמת הכוחות הפועלים על הכדור.

ג. מהו הטורק (torque) השקול הפועל על הכדור?

ד. מהו הערך המכסימאלי של α , עבורו הכדור עדיין יוכל להתגלגל ללא שום החלקה?

4. קטר מזרים חול אל קרונית בקצב של b ק"ג/שנייה (ראה ציור). הקרונית איננה ממונעת. מסת הקרונית ב- $t=0$ היא M_c . הקטר והקרונית אינם מחוברים. נהג הקטר מכוון את מהירותו באופן שהמרחק בין הקטר לקרונית – קבוע. מהירות החול ביחס לקטר היא u. על הקרונית פועל כוח חיכוך (כתוצאה מחיכוך באוויר) $F=-kv$, כאשר v היא המהירות הרגעית של הקרונית ו-k הוא קבוע נתון.

(30%)



א. מצאו את מהירותה של הקרונית כפונקציה של הזמן,

אם נתון שהקרונית התחילה ממנוחה בזמן $t=0$.

רמז: פתרון משואה דיפרנציאלית $\dot{x} = -x/(A + Ct)$, כאשר A ו-C הם קבועים כלשהם, ניתן ע"י: $x = E_1(A+Ct)^{-1/C}$, כאשר E_1 הוא קבוע, הנקבע מתנאי ההתחלה.

ג. נתון: $u=5 \text{ m/s}$; $k=1 \text{ sec} \cdot \text{N/m}$; $b=5 \text{ kg/s}$. מצאו את מהירות הקרונית בזמן $t \rightarrow \infty$.

בהצלחה!

דף משוואות

$$C^2 = A^2 + B^2 - 2AB \cos \theta \quad \text{משפט קוסינוסים:}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \quad \text{מכפלה ווקטורית:}$$

$$= (A_y B_z - B_y A_z) \hat{x} + (A_z B_x - B_z A_x) \hat{y} + (A_x B_y - B_x A_y) \hat{z}$$

$$\hat{r} = \cos \theta \hat{x} + \sin \theta \hat{y} \quad \text{וקטורי יחידה בקואורדינאטות פולאריות:}$$

$$\hat{\theta} = -\sin \theta \hat{x} + \cos \theta \hat{y}$$

$$\dot{\hat{r}} = \dot{\theta} \hat{\theta} \quad \text{נגזרות של וקטורי יחידה בקואורדינאטות פולאריות:}$$

$$\dot{\hat{\theta}} = -\dot{\theta} \hat{r}$$

$$\dot{\vec{r}} = \dot{r} \hat{r} + r \dot{\theta} \hat{\theta} \quad \text{מהירות בקואורדינאטות פולאריות:}$$

$$\ddot{\vec{r}} = (\ddot{r} - r \dot{\theta}^2) \hat{r} + (2\dot{r} \dot{\theta} + r \ddot{\theta}) \hat{\theta} \quad \text{תאוצה בקואורדינאטות פולאריות:}$$

$$x(t) = f(t)g(t) \quad \dot{x}(t) = \dot{f}(t)g(t) + f(t)\dot{g}(t) \quad \text{כללי גזירה:}$$

$$x(t) = f(g(t)) \quad \dot{x}(t) = \dot{f}(g(t))\dot{g}(t)$$

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 \quad \vec{F} = \frac{Gm_1 m_2}{|R_{12}|^2} \hat{R}_{12} \quad \text{כוח משיכה:}$$

$$k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 \quad \vec{F} = -\frac{kq_1 q_2}{|R_{12}|^2} \hat{R}_{12} \quad \text{כוח קולון:}$$

$$\vec{F} = m\vec{a} = \frac{d\vec{P}}{dt} \quad \text{חוק השני של ניוטון:}$$

$$\vec{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} \quad \frac{d\mathbf{L}}{dt} = \vec{\tau} \quad \text{שימור תנע:} \quad \mathbf{L} = m\mathbf{r} \times \mathbf{v} \quad \text{תנע זוויתי:}$$

$$\varepsilon = c/a, \quad r_0 = b^2/a, \quad r = \frac{r_0}{1 + \varepsilon \cos \theta} \quad \text{משוואת האליפסה (אחד המוקדים בראשית הצירים):}$$

$$r_0 = \frac{L^2}{GMm^2}, \quad \varepsilon^2 = 1 + \frac{2EL^2}{G^2 M^2 m^3} \quad \text{בתנועה קפלרית:}$$

$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial U}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial U}{\partial y} \hat{y} \right) \quad \frac{1}{2}mv_b^2 - \frac{1}{2}mv_a^2 = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r} = U(r_a) - U(r_b) \quad \text{משפט עבודה אנרגיה:}$$