

קורס: 86-115 מכניקה אוניברסיטת בר-אילן תשע"ד סמסטר א'

מבחן מועד ב'

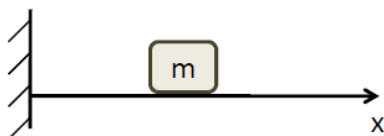
משך זמן הבחינה: שלוש שעות

חומר עזר מותר: מחשבון כיס, דף הנוסחאות המצורף לבחינה זו.

כל חומר עזר אחר – אסור לשימוש בבחינה.

חלק מהנתונים בשאלות יכולים להיות מיותרים.

מרצה: ד"ר אלי סלוצקין



1. הכוח בין גוף בעל מסה m לקיר מתואר ע"י $\vec{F} = (-kx + \beta x^3)\hat{x}$, כאשר k ו- β הם קבועים חיוביים.

א. מצאו את האנרגיה הפוטנציאלית $U(x)$ של גוף זה.

ב. ציירו סקיצה של דיאגרמת אנרגיה.

ג. עבור איזה ערכי אנרגיה קיימים

(i) מצבים קשורים (bound states)?

(ii) מצבים בלתי-קשורים (unbound states)?

מהו התנאי על x כדי להמצא בכל אחד ממצבים אלה?

(30%)

ד. אם הגוף מתחיל את תנועתו ממצב מנוחה ב- $x=x_0$ נתון כלשהו, מה תהיה מהירותו כאשר יגיע לראשית הצירים? (כאן ערכו של x_0 מתאים לתנאים של מצב קשור.)

ה. מה תהיה התשובה המספרית לסעיף ד', אם $m=2\text{kg}$, $\beta=0.01\text{N/m}^3$, $k=2\text{N/m}$, $x_0=6\text{m}$?

2. חלקיק בעל מסה m נע במהירות קבועה לאורך ציר x , כאשר האנרגיה הקינטית שלו היא E_i . חלקיק זה פוגע בחלקיק אחר, בעל מסה זהה, שהיה עד אז במצב מנוחה. התנגשות זו – איננה אלסטית: חלק מהאנרגיה המכנית ΔE של מערכת שני החלקיקים מתבזבז על חום: $\Delta E = (1-\alpha)E_i$, כאשר $\alpha < 1$ הוא קבוע חיובי נתון.

א. מהי מהירות מרכז המסה, לפני ואחרי ההתנגשות?

(25%)

ב. מה ניתן לדעת על מהירות החלקיק הפוגע, ביחס למרכז המסה, לפני ואחרי ההתנגשות? האם ניתן לדעת את הכיוון של וקטור המהירות מתוך הנתונים שבשאלה?

ג. אם $\alpha=0.625$, האם כל זוויות הפיזור אפשריות במערכת של צופה ניח? מהו תחום זוויות הפיזור האפשריות?

3. טיל מאיץ את עצמו ממצב מנוחה כלפי מעלה ע"י שחרור גז, באופן שמסת הטיל יורדת עם הזמן: $M(t) = M_0 \exp(-t/\tau)$, כאשר M_0 ו- τ הם קבועים נתונים. מהירות הגז הנפלט, ביחס לטיל, היא u . ניתן להניח שכבידת כדור הארץ היא $F = mg$, כלפי מטה. ניתן להזניח את החיכוך באוויר בבעיה זו.

א. מצאו את מהירות הטיל $v(t)$. (25%)

ב. מהי מהירות הטיל בזמן $t = 5s$, אם מהירות הגז הנפלט היא $u = 30m/s$, $\tau = 0.2 s^{-1}$, ו- $g = 10 m/s^2$?

4. האנרגיה הפוטנציאלית של חלקיק שמסתו m היא $U_p = E_0[(R/r)^2 - R/r]$, כאשר r הוא המרחק הרדיאלי אל ראשית הצירים (במערכת אינרציאלית). אנרגיה פוטנציאלית זו נובעת מכוח מרכזי הפועל על החלקיק הנ"ל. E_0 ו- R הם קבועים חיוביים נתונים.

א. האם התנע הזוויתי של החלקיק נשמר בבעיה זו?

(20%)

ב. סרטטו (באופן סכמטי) את דיאגרמת האנרגיה של החלקיק והסבירו, מהי האנרגיה הנדרשת על-מנת שהחלקיק יוכל להתרחק מראשית הצירים למרחק אינסופי. שימו לב, כדי לצייר את דיאגרמת האנרגיה בחד-מימד, תוכלו להגדיר אנרגיה פואטנציאלית אפקטיבית, כמו בפתרון בעית קפלר.

ג. מה צריכה להיות האנרגיה הכוללת של חלקיק כדי שינוע במסלול מעגלי?

ד. תנו תשובה מספרית לסע' ג', אם $L = 20J \cdot s$, $E_0 = 100J$, $m = 1kg$, $R = 5m$.

בהצלחה!