

קורס: 86-115-01 מכניקה
מבחן מועד ב'

אוניברסיטת בר-אילן

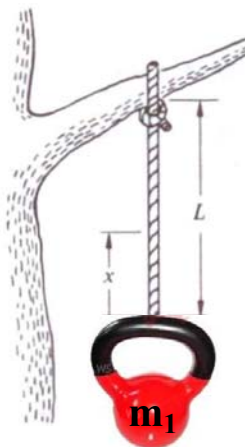
תשע"ב סמסטר א'

משך זמן הבחינה: שלוש שעות

חומר עזר מותר: מחשבון כיס, דף הנוסחאות המצורף לבחינה זו, 3 עמודים מצולמים מספר אינטגרלים.
 כל חומר עזר אחר – אסור לשימוש בבחינה.

מרצה: ד"ר אלי סלוצקין

(30%)



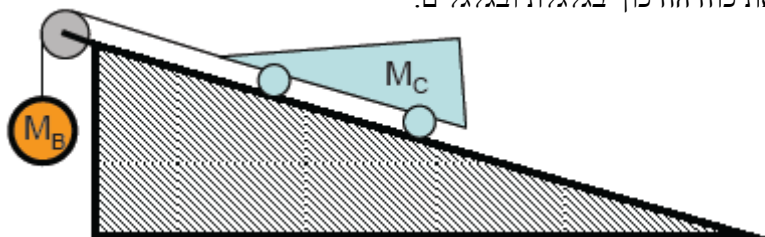
1. חבל בעל מסה M ואורך L תלוי על ענף. בקצה החבל תלויה משקולת בעלת מסה m_1 .
 תאוצת הכובד של כדור הארץ היא $g=9.8\text{m/s}^2$.

א. ציירו את דיאגרמת הכוחות הפועלים על קטע חבל באורך dx , במרחק x מקצהו (ראה ציור).

ב. מהי המתיחות בנקודות שונות לאורך החבל?

ג. אם $M=0.1\text{kg}$, $L=1\text{m}$, ו- $m_1=0.1\text{kg}$, מהי המתיחות בראש החבל (בנקודת החיבור לענף)?

2. עגלה בעלת מסה M_C נעה על מישור משופע, בנוכחות כוח הכבידה של כדור הארץ, כמו בציור. ניתן להזניח את מסת הגלגלת, הגלגלים והחוט. ניתן להזניח גם את כוח החיכוך בגלגלת ובגלגלים.
 זווית השיפוע היא θ .



(25%)

א. מה צריכה להיות המסה M_B , על מנת שהעגלה תוכל לנוע במהירות קבועה?

ב. עבור M_B נתון כלשהו, נניח שעצרו את תנועת העגלה לרגע (בזמן $t=0$) והתחילו לשפוך חול לתוך העגלה, בקצב קבוע $dm/dt=b$. את מהירות גריירי החול מכוונים בקפידה, כך שהם נוחתים לתוך העגלה במהירות קבועה u (ביחס לקרקע), מלמעלה למטה. מהי מהירות העגלה בזמן t ?
 שימו לב, כוח הכבידה של כדור הארץ אינו ניתן להזנחה כאן!!!

ג. למה שואפת תאוצת העגלה בזמן $t \rightarrow \infty$?

3. גוף נע תחת השפעתם של מספר כוחות. אחד מהם ניתן על-ידי:

$$\vec{F} = x^3 y^3 \hat{x} + \left(\frac{3}{4} x^4 y^2 - \sin y\right) \hat{y}$$

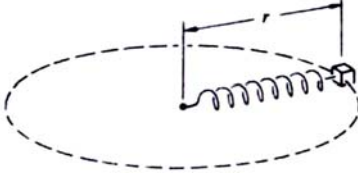
(25%)

א. הוכיחו כי כוח זה הוא כוח משמר.

ב. מצאו את האנרגיה הפוטנציאלית $U(x,y)$ כתוצאה מכוח זה.

ג. גוף נע במסלול: $\vec{r}(t) = t^2 \cos(t) \hat{x} + (2t - 1) \hat{y}$, מהי העבודה שנעשתה ע"י הכוח הנ"ל בין $t=0$ ל- $t=3$?

4. מסה נקודתית m , המחוברת לקצהו של קפיץ חסר-מסה, נעה במעגל על גבי שולחן (ללא חיכוך). הקצה השני של הקפיץ מחובר לציר (חסר-חיכוך). הקפיץ מפעיל על המסה m כוח $\vec{F} = -kr\hat{r}$, כאשר r הוא המרחק בין המסה לציר הסיבוב (ראה ציור). האנרגיה הכוללת של המסה היא E_0 .



א. (i) מהי המהירות הזוויתית ω ?

(ii) מהו רדיוס הסיבוב של המסה m ?

(iii) מהי המהירות המשיקית של המסה m ?

(20%)

ב. ברגע זמן $t=t_0$, נותנים מכה מהירה למסה m , באופן שמסה זו מקבלת רכיב מהירות v_1 בכיוון הרדיאלי (החוצה ממרכז המסלול המעגלי). המכה היא בכיוון הרדיאלי בלבד, כך שרכיב המהירות המשיקי v_θ לא משתנה בזמן המכה.

(i) מהי האנרגיה הכוללת של המסה הנ"ל, ב- $t > t_0$?

(ii) מהו התנע הזוויתי L של המסה הנ"ל, ב- $t > t_0$?

ג. מהם המרחק המכסימאלי והמרחק המינימאלי בין ציר הסיבוב למסה m , עבור $t > t_0$?

ד. חשבו את התשובה הכמותית לסעי' ג', אם $E_0=1\text{J}$, $m=1\text{kg}$, $v_1=1\text{m/s}^2$, ו- $k=1\text{N/m}$.

בהצלחה!

דף משוואות

$$C^2 = A^2 + B^2 - 2AB \cos \theta \quad \text{משפט קוסינוסים:}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \quad \text{מכפלה ווקטורית:}$$

$$= (A_y B_z - B_y A_z) \hat{x} + (A_z B_x - B_z A_x) \hat{y} + (A_x B_y - B_x A_y) \hat{z}$$

$$\hat{r} = \cos \theta \hat{x} + \sin \theta \hat{y} \quad \text{וקטורי יחידה בקואורדינאטות פולאריות:}$$

$$\hat{\theta} = -\sin \theta \hat{x} + \cos \theta \hat{y}$$

$$\dot{\hat{r}} = \dot{\theta} \hat{\theta} \quad \text{נגזרות של וקטורי יחידה בקואורדינאטות פולאריות:}$$

$$\dot{\hat{\theta}} = -\dot{\theta} \hat{r}$$

$$\dot{\vec{r}} = \dot{r} \hat{r} + r \dot{\theta} \hat{\theta} \quad \text{מהירות בקואורדינאטות פולאריות:}$$

$$\ddot{\vec{r}} = (\ddot{r} - r \dot{\theta}^2) \hat{r} + (2\dot{r} \dot{\theta} + r \ddot{\theta}) \hat{\theta} \quad \text{תאוצה בקואורדינאטות פולאריות:}$$

$$x(t) = f(t)g(t) \quad \dot{x}(t) = \dot{f}(t)g(t) + f(t)\dot{g}(t) \quad \text{כללי גזירה:}$$

$$x(t) = f(g(t)) \quad \dot{x}(t) = \dot{f}(g(t))\dot{g}(t)$$

$$G=6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 \quad \vec{F} = \frac{Gm_1 m_2}{|R_{12}^2|} \hat{R}_{12} \quad \text{כוח משיכה:}$$

$$k=9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 \quad \vec{F} = -\frac{kq_1 q_2}{|R_{12}^2|} \hat{R}_{12} \quad \text{כוח קולון:}$$

$$\vec{F} = m\vec{a} = \frac{d\vec{P}}{dt} \quad \text{חוק השני של ניוטון:}$$

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\tau} \quad \text{שימור תנע:} \quad \vec{L} = m\vec{r} \times \vec{v} \quad \text{תנע זוויתי:}$$

$$\varepsilon=c/a, r_0=b^2/a, r = \frac{r_0}{1 + \varepsilon \cos \theta} \quad \text{משוואת האליפסה (אחד המוקדים בראשית הצירים):}$$

$$r_0 = \frac{L^2}{GMm^2}, \quad \varepsilon^2 = 1 + \frac{2EL^2}{G^2 M^2 m^3} \quad \text{בתנועה קפלרית:}$$

$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial U}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial U}{\partial y} \hat{y} \right) \quad \frac{1}{2}mv_b^2 - \frac{1}{2}mv_a^2 = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r} = U(r_a) - U(r_b) \quad \text{משפט עבודה אנרגיה:}$$