86-170-01 מבוא לפיסיקה מודרנית מרצה: פרופ' לאוניד פייגל

משך המבחן: 3 שעות <u>ללא הפסקה</u> כל חומר פתוח 13.8.2008 מועד א' תשס"ח

1. בזמן $t=0$ לפי שעון המצוי על כדור-הארץ, משוגרת חללית A מכדור-הארץ לכיוון הירח, במהירות $v_A = 0.96c$. באותו זמן $t=0$ משוגרת מהירח לכיוון כדור-הארץ חללית B, במהירות $v_B = 0.99c$. המרחק בין כדור-הארץ לבין הירח הוא 385,000 ק"מ. יש להזניח את התנועה היחסית של הירח סביב כדור-הארץ.

א. היכן נפגשות שתי החלליות במערכת הייחוס של כדור הארץ (או במערכת הייחוס של הירח – זוהי אותה מערכת שכן מזניחים את תנועת הירח ביחס לכדור-הארץ)?

ב. מהי המהירות היחסית של חללית B ביחס לחללית A?

ג. מהי המהירות היחסית של חללית A ביחס לחללית B?

ד. כמה זמן יעבור לפי שעון שנמצא בחללית A מהרגע בו שוגרה מכדור-הארץ ועד שפגשה את חללית B?

ה. כמה זמן יעבור לפי שעון שנמצא בחללית B מהרגע בו שוגרה מהירח ועד שפגשה את חללית A?

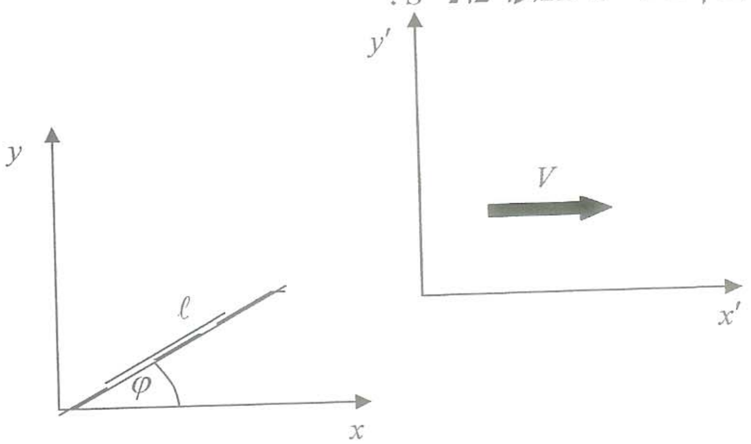
ו. מהו המרחק (עבור הטייס של חללית A) בין החללית שלו לבין כדור-הארץ כאשר שתי החלליות נפגשות?

ז. מהו המרחק (עבור הטייס של חללית B) בין החללית שלו לבין כדור-הארץ כאשר שתי החלליות נפגשות?

2. מוט באורך ℓ מצוי במנוחה במערכת S בזווית φ לציר x. מערכת S' נעה ביחס למערכת S במהירות V בכיוון ציר x.

א. מהו אורך המוט ℓ' במערכת S'?

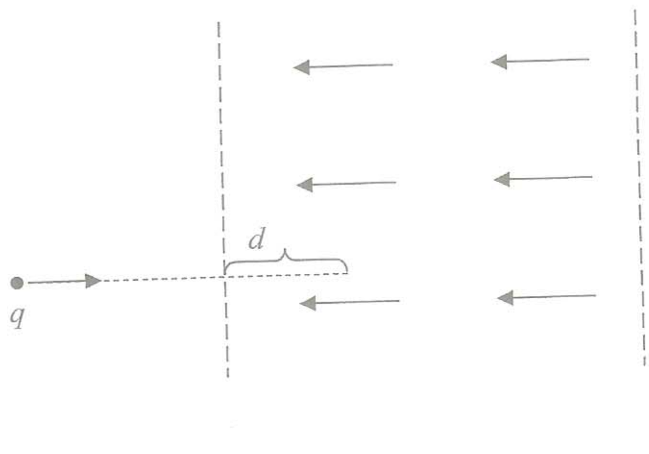
ב. מהי הזווית φ' בין המוט לבין ציר x' במערכת S'?



3. חלקיק יחסותי בעל מטען חיובי q, מסה m ומהירות v נכנס לשדה חשמלי E שכיוונו מנוגד לכיוון התנועה של החלקיק.

א. מהו המרחק d שהחלקיק יעבור בתוך השדה עד שייעצר?

ב. הראה/י שבגבול $v \ll c$ התשובה המתקבלת בסעיף הקודם מתאימה לתשובה של הפיזיקה הקלאסית $Eqd = \frac{mv^2}{2}$.



4. פוטון בעל אורך גל λ פוגע באטום מימן הנמצא במנוחה $(v=0)$ במצב היסוד (n=1) . כתוצאה מהפגיעה הפוטון נעלם, והאטום עובר למצב המעורר n=3.

א. הזניחו את התנועה של האטום אחרי ההתנגשות עם הפוטון ומצאו את האנרגיה ואת אורך הגל של הפוטון.

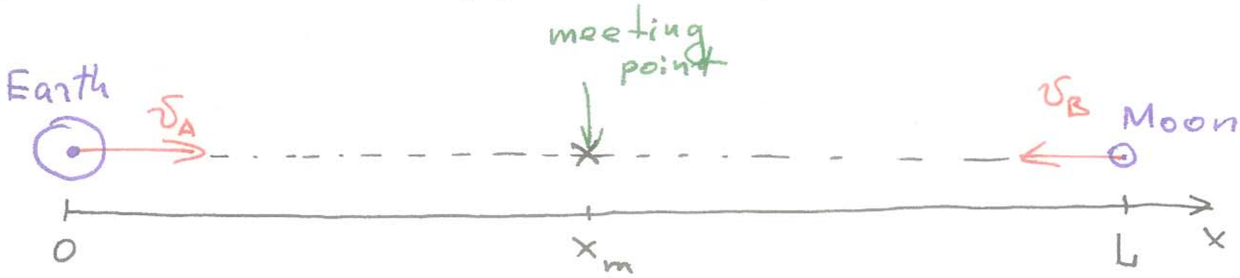
ב. ענו על אותה שאלה אבל ללא הזנחת התנועה של האטום אחרי ההתנגשות. הוכיחו שההזנחה בסעיף הקודם הייתה מוצדקת.

בהצלחה!

"Introduction to modern physics"

Exam ~~21/7/2005~~ 13/8/2008 SOLUTIONS

1



$L = 385{,}000$ km

(a) $v_A t + v_B t = L$ $\qquad t = \dfrac{L}{v_A + v_B} = \cancel{1.\dots}\ 0.658$ sec

$$x_m = v_A t = \frac{v_A L}{v_A + v_B} \approx \cancel{188{,}000 \text{ km}}\ 189{,}500 \text{ km}$$

The meeting point is almost in the middle between the Earth and the moon since the velocities of the spacecrafts do not differ much (0.96c and 0.99c) from the classical point of view

(b) $$v_{rel} = \frac{v_A + v_B}{1 + \frac{v_A v_B}{c^2}} = \frac{0.96 + 0.99}{1 + 0.96 \cdot 0.99} \cdot c = 0.9998c$$

(c) The same answer $v_{rel} = 0.9998c$

(d) When the spacecraft launched from

the Earth meets that launched from the moon, the coordinates of the former are (x_m, t) (where x_m ~~and~~ and t were found in ⓐ) in the system of reference related to the Earth. In the frame of reference related to spacecraft A its coordinates are:

$$x' = \frac{x_m - v_A t}{\sqrt{1 - v_A^2/c^2}} = 0$$

since $x_m = v_A t$ (of course it is obvios that the coordinate system related to the spacecraft its x-coordinate is zero by definition).

$$t'_A = \frac{t - v_A x_m/c^2}{\sqrt{1 - v_A^2/c^2}} = \frac{t - v_A^2 t/c^2}{\sqrt{1 - \frac{v_A^2}{c^2}}} =$$

$$= t \cdot \sqrt{1 - \frac{v_A^2}{c^2}} = t \cdot \sqrt{1 - 0.96^2} = 0.28 \cdot t = 0.184 \text{ sec}$$

ⓔ $$t'_B = \frac{t - v_B (L - x_m)/c^2}{\sqrt{1 - v_B^2/c^2}} = \frac{t - v_B^2 t/c^2}{\sqrt{1 - v_B^2/c^2}} =$$

$$= t\sqrt{1 - v_B^2/c^2} = 0.141 \cdot t = 0.0928 \text{ sec}$$

ⓕ ~~Coordinates of the Earth in the frame of reference related to the Earth~~

$$\cancel{v_A \cdot t'_A = 0.96 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 0.184 =}$$

(f) In the frame of reference related to the first spacecraft the velocity of the Earth is $v = -v_A = -0.96c$

The time that lasted ~~since~~ from the launch till two spacecrafts meet is (according to the watch of the spacecraft A) t'_A.

Then the distance is

$$v_A \cdot t'_A = 0.96 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 0.184 \approx 53{,}000 \text{ km}$$

Another solution: the distance between the Earth and the Moon becomes shorter in the frame of reference related to spacecraft A by factor of $\sqrt{1 - v_A^2/c^2}$. ~~So the distance~~

Thus the distance from spacecraft A to the Earth is shorter by the same factor if compared to x_m. Therefore we get:

$$x_m \cdot \sqrt{1 - v_A^2/c^2} = 189{,}500 \cdot \sqrt{1 - 0.96^2} \approx 53{,}000 \text{ km}$$

g) Analogously, $x_m \cdot \sqrt{1 - v_B^2/c^2} =$

$$= 189{,}500 \cdot \sqrt{1 - 0.99^2} \approx 26{,}700 \text{ km}$$

$\boxed{2}$ The x-projection of the rod becomes shorter by factor of $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$:

$$l_x' = l_x \cdot \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

The y-projection is the same:

$$l_y' = l_y$$

The length in the moving frame of reference is $l' = \sqrt{l_x'^2 + l_y'^2} = \sqrt{l_x^2 \cdot \left(1-\frac{v^2}{c^2}\right) + l_y^2} =$

$$= l^2 \sqrt{\cos^2\varphi \cdot \left(1-\frac{v^2}{c^2}\right) + \sin^2\varphi}$$

Obviously, $tg\varphi' = \frac{l_y'}{l_x'} = \frac{l_y}{l_x\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{tg\varphi}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

3

$$E_0^2 = m^2c^4 + p_0^2c^2$$

$$E_0 = \sqrt{m^2c^4 + p_0^2c^2}$$

$$E(x) = E_0 - Fx = E_0 - q\mathcal{E}x$$

остановка: $E(x) = mc^2$

$$E(d) = \sqrt{m^2c^4 + p_0^2c^2} - q\mathcal{E}d = m^{\cancel{2}}c^2$$

$$p_0 = \frac{mv_0}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}} \qquad p_0^2 = \frac{m^2v_0^2}{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}$$

$$\sqrt{m^2c^4 + \frac{m^2v_0^2c^2}{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} - q\mathcal{E}d = mc^2$$

$$\sqrt{m^2c^4 + \gamma_0^2\beta_0^2m^2c^4} - q\mathcal{E}d = mc^2$$

$$mc^2\sqrt{1 + \gamma_0^2\beta_0^2} - mc^2\frac{q\mathcal{E}d}{mc^2} = mc^2$$

$$\sqrt{1 + \gamma_0^2\beta_0^2} - \frac{q\mathcal{E}d}{mc^2} = 1$$

$$d = \frac{mc^2\left(\sqrt{1 + \gamma_0^2\beta_0^2} - 1\right)}{\mathcal{E}q}$$

$$\sqrt{1 + \gamma_0^2\beta_0^2} = \sqrt{1 + \frac{\beta_0^2}{1 - \beta_0^2}} \approx 1 + \frac{1}{2}\frac{\beta_0^2}{1 - \beta_0^2}$$

$$d \approx \frac{mc^2\beta_0^2}{2\mathcal{E}q\,\cancel{(1 - \beta_0^2)}} = \frac{mv_0^2}{2\mathcal{E}q}$$