

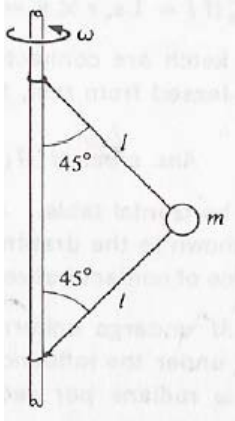
**מבחן מועד א'**

משך זמן הבחינה: שלוש שעות

חומר עזר מותר: מחשבון כיס, דף הנוסחאות המצורף לבחינה זו.

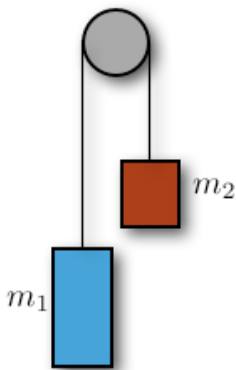
כל חומר עזר אחר – אסור לשימוש בבחינה.

מרצה: ד"ר אלי סלוצקין



1. גוף בעל מסה  $m$  מחובר לציר אנכי באמצעות חוטים בעלי מסה זניחה. אורך החוטים הוא  $l$  והזווית בין החוטים לציר היא  $45^\circ$ , כמו בציור. כל המערכת מסתובבת במהירות זוויתית  $\omega$ . כוח הכבידה מכוון כלפי מטה.
  - א. ציירו את דיאגרמת הכוחות הפועלים על הגוף.
  - ב. מצאו את המתוחות בכל אחד מהחוטים.
  - ג. מהי התשובה המספרית לסע' ב', אם  $l=0.5m$ ,  $m=1kg$  ו-  $\omega=10 s^{-1}$  ?

(20%)



2. שתי מסות  $m_1$  ו-  $m_2$  קשורות בחוט חסר מסה, העובר דרך גלגלת. המסות מושפעות מכח הכבידה של כדור הארץ. תאוצת הנפילה החפשית היא  $g$ .

א. מהן תאוצות הגופים, אם הגלגלת היא חסרת מסה?

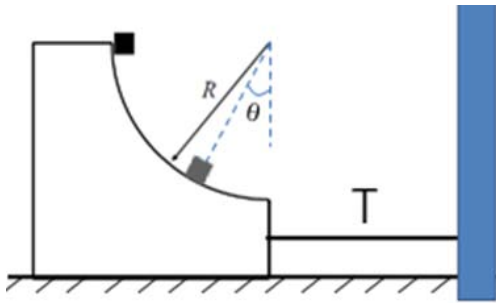
ב. מסה  $m_1$  היא מיכל מלא מים. בזמן  $t=0$  עשו חור בתחתית המיכל, באופן שהמים זולגים דרך החור בתחתית, בהשפעת כח הכבידה של כדור הארץ.

מהן תאוצות הגופים בזמן  $t$ , אם קצב יציאת המים מתוך  $m_1$  הוא  $b$  ק"ג/שנייה?

(35%)

ג. מה תהיה התשובה לסע' ב', אם מומנט ההתמד של הגלגלת הוא  $I=(1/2)M_p R^2$ , כאשר  $R$  ו-  $M_p$  הם רדיוס הגלגלת ומסתה, בהתאם? החיכוך בין החוט לגלגלת גדול, באופן שאין החלקה. הגלגלת מסתובבת על צירה ללא חיכוך.

ד. מה תהיה התשובה המספרית לסע' ג', אם נתון:  $m_2=1kg$ ,  $m_1=2kg$ ,  $M_p=4kg$ ,  $b=0.05 kg/s$  ו-  $t=10sec$ ,  $g \approx 10 m/s^2$  ?



3. קובייה בעלת מסה  $m$  מחליקה ללא חיכוך על-גבי משטח מעגלי, שנחתך מבלוק ריבועי (ראה ציור). הבלוק הגדול מונח על השולחן ללא חיכוך. הקובייה משוחררת מקצה המשטח המעגלי, כאשר שני הגופים במנוחה. הבלוק מחובר בחוט חסר-מסה לקיר קבוע.

(25%)

א. מהי המתיחות  $T$  בחוט, כאשר הקובייה נמצאת בזווית  $\theta$  נתונה ביחס לאנך? (ראה הגדרת  $\theta$  בציור)

ב. עבור איזה ערך של  $\theta$  המתיחות בחוט תהיה מכסימאלית?

ג. מהי המתיחות המכסימאלית בחוט, כתוצאה מהחלקת הקובייה?

ד. מהי התשובה המספרית לסעיף ג', אם  $m=2\text{kg}$  ו-  $g \approx 10\text{m/s}^2$ ?

4. גוף בעל מסה  $m_1$  ומטען  $q_1 < 0$  נע במסלול סגור סביב גוף גדול יותר, בעל מסה  $M_2$  ומטען  $q_2 > 0$ . ניתן להניח ש-  $m_1 \ll M_2$ , כך שהגוף הגדול הוא ניח ביחס לצופה אינרציאלי. כוח הכבידה ניתן להזנחה בבעיה זו. על מסה

$m_1$  פועל כח משיכה חשמלי (כח קולון), הניתן ע"י  $\vec{F} = \frac{kq_1q_2}{r^2} \hat{r}$ , כאשר  $k$  הוא קבוע נתון,  $r$  הוא המרחק הרגעי בין הגופים, ו-  $\hat{r}$  הוא וקטור יחידה מ-  $M_2$  אל  $m_1$ .

(20%)

א. מהי האנרגיה הפוטנציאלית של  $m_1$ , כאשר המרחק בין הגופים הוא  $r$ ? יש לקבוע את סקלת האנרגיה באופן שהאנרגיה הפוטנציאלית תהיה 0, כאשר המרחק בין הגופים שואף לאינסוף.

ב. הוכיחו כי המסלול של  $m_1$  חייב כולו להמצא במישור גיאומטרי בודד. (רמז: השתמשו בשיקולי תנע הזוויתי, כמו בבעית קפלר).

ג. בטאו את רכיב ה-  $\hat{\theta}$  של המהירות באמצעות התנע הזוויתי (כמו בבעית קפלר)

ד. נתון, כי האנרגיה הכוללת של  $m_1$  בזמן  $t=0$  היא  $E_0$  והתנע הזוויתי הוא  $L_0$ . מהו המרחק הגדול ביותר והמרחק הקטן ביותר של  $m_1$  מ-  $M_2$ ? (בטאו באמצעות הגדלים הנתונים בבעיה).

ה. מה תהיה התשובה המספרית לסעיף ד', אם:  $q_1 = -10^{-3} \text{ C}$ ,  $q_2 = 10^{-3} \text{ C}$ ,  $m_1 = 10^{-5} \text{ kg}$ ,  $M_2 = 100 \text{ kg}$ ,  $E_0 = -1 \text{ J}$ ,  $L_0 = 5 \text{ J}\cdot\text{s}$ , ו-  $k = 9 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$

**בהצלחה!**

## דף משוואות

$$C^2 = A^2 + B^2 - 2AB \cos \theta \quad \text{משפט קוסינוסים:}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \quad \text{מכפלה ווקטורית:}$$

$$= (A_y B_z - B_y A_z) \hat{x} + (A_z B_x - B_z A_x) \hat{y} + (A_x B_y - B_x A_y) \hat{z}$$

$$\hat{r} = \cos \theta \hat{x} + \sin \theta \hat{y} \quad \text{וקטורי יחידה בקואורדינאטות פולאריות:}$$

$$\hat{\theta} = -\sin \theta \hat{x} + \cos \theta \hat{y}$$

$$\dot{\hat{r}} = \dot{\theta} \hat{\theta} \quad \text{נגזרות של וקטורי יחידה בקואורדינאטות פולאריות:}$$

$$\dot{\hat{\theta}} = -\dot{\theta} \hat{r}$$

$$\dot{\vec{r}} = \dot{r} \hat{r} + r \dot{\theta} \hat{\theta} \quad \text{מהירות בקואורדינאטות פולאריות:}$$

$$\ddot{\vec{r}} = (\ddot{r} - r \dot{\theta}^2) \hat{r} + (2\dot{r} \dot{\theta} + r \ddot{\theta}) \hat{\theta} \quad \text{תאוצה בקואורדינאטות פולאריות:}$$

$$x(t) = f(t)g(t) \quad \dot{x}(t) = \dot{f}(t)g(t) + f(t)\dot{g}(t) \quad \text{כללי גזירה:}$$

$$x(t) = f(g(t)) \quad \dot{x}(t) = \dot{f}(g(t))\dot{g}(t)$$

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 \quad \vec{F} = \frac{Gm_1 m_2}{|R_{12}|^2} \hat{R}_{12} \quad \text{כוח משיכה:}$$

$$k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 \quad \vec{F} = -\frac{kq_1 q_2}{|R_{12}|^2} \hat{R}_{12} \quad \text{כוח קולון:}$$

$$\vec{F} = m\vec{a} = \frac{d\vec{P}}{dt} \quad \text{חוק השני של ניוטון:}$$

$$\vec{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} \quad \frac{d\mathbf{L}}{dt} = \vec{\tau} \quad \text{שימור תנע:} \quad \mathbf{L} = m\mathbf{r} \times \mathbf{v} \quad \text{תנע זוויתי:}$$

$$\varepsilon = c/a, \quad r_0 = b^2/a, \quad r = \frac{r_0}{1 + \varepsilon \cos \theta} \quad \text{משוואת האליפסה (אחד המוקדים בראשית הצירים):}$$

$$r_0 = \frac{L^2}{GMm^2}, \quad \varepsilon^2 = 1 + \frac{2EL^2}{G^2 M^2 m^3} \quad \text{בתנועה קפלרית:}$$

$$\vec{F} = -\left( \frac{\partial U}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial U}{\partial y} \hat{y} \right) \quad \frac{1}{2}mv_b^2 - \frac{1}{2}mv_a^2 = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r} = U(r_a) - U(r_b) \quad \text{משפט עבודה אנרגיה:}$$