

קורס: 86-115 מכניקה אוניברסיטת בר-אילן תשע"ד סמסטר א'

מבחן מועד א'

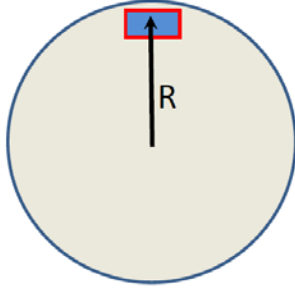
משך זמן הבחינה: שלוש שעות

חומר עזר מותר: מחשבון כיס, דף הנוסחאות המצורף לבחינה זו.

כל חומר עזר אחר – אסור לשימוש בבחינה.

חלק מהנתונים בשאלות יכולים להיות מיותרים.

מרצה: ד"ר אלי סלוצקין

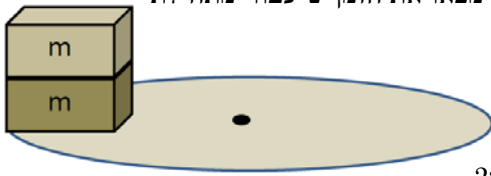


1. לבנה בעלת מסה m מונחת על מסוע אופקי מעגלי. מרחק הלבנה ממרכז המסוע הוא R (ראה ציור). מקדם החיכוך בין המסוע ללבנה הוא μ .

א. נניח שהמסוע מסתובב במהירות זוויתית קבוע ω . מהי המהירות הזוויתית המכסימאלית עבור המסוע ω_{max} , אם אסור להגיע למצב של החלקת הלבנה ממקומה?

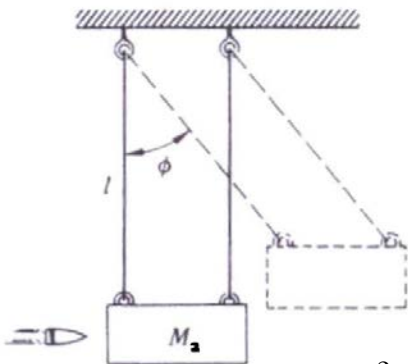
ב. אם, לעומת המצב בסעיף הקודם, המסוע נמצא בהתחלה במנוחה. עתה מתחילים להגדיל את מהירותו הזוויתית באופן הבא: $\omega(t) = \alpha t$, כאשר α הוא קבוע נתון ו- t הוא הזמן מתחילת התנועה. מצאו את הזמן שיעבור מתחילת התנועה, עד שהמסה תתחיל להחליק.

(25%)



ג. על-גבי הלבנה הנ"ל הניחו עוד לבנה אחת, וזהה לה לחלוטין. מקדם החיכוך בין הלבנות וזהה למקדם החיכוך עם המסוע. אם תנועת המסוע מתוארת ע"י $\omega(t) = \alpha t$, כמו בסעיף הקודם, מהו הזמן עד שאחת מהמסות תתחיל להחליק?

ד. מצאו את התשובה המספרית לסעיף ג', אם $\alpha = 0.5 \text{ s}^{-2}$, $R = 2\text{m}$, $m = 3\text{kg}$, $\mu = 0.8$, $g \approx 10\text{m/s}^2$.



2. כדור שנורה לתוך גוש עץ בעל מסה M_2 , התלוי על חבל באורך l , גרם לגוש זה לסטות בזווית ϕ , כמו בציור. המהירות ההתחלתית של הכדור v_i איננה ידועה. מסת הכדור היא m_1 . במהלך פגיעתו של הכדור בגוש העץ, הוא הצליח לחורר את הגוש והמשיך במסלול אופקי ישר, במהירות v_f .

(20%)

א. מהי כמות האנרגיה שהתבזבזה (על חום) במהלך פגיעת הכדור בגוש העץ?

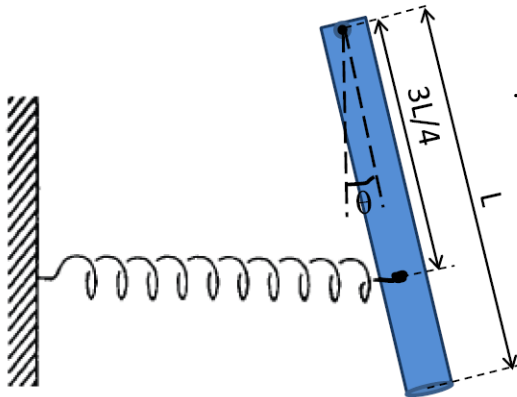
ב. אם זמן שהיית הכדור בתוך גוש העץ היה τ , מהו ההספק הממוצע שהתבזבז על חום?

ג. מהי התשובה המספרית לסעיף ב', אם $\tau = 10^{-3}\text{s}$, $v_f = 300\text{m/s}$, $m_1 = 30\text{g}$, $M_2 = 200\text{g}$, $\phi = 20^\circ$ ו- $l = 20\text{cm}$?

3. טיל חדש מאיץ את עצמו ע"י שחרור גז, באופן שמסת הטיל יורדת עם הזמן: $M(t) = M_0 \exp(-t/\tau)$, כאשר M_0 ו- τ הם קבועים נתונים. מהירות הגז הנפלט, ביחס לטיל, היא u . ניתן להזניח את החיכוך באוויר ואת הכבידה של כדור הארץ בבעיה זו.

א. מצאו את מהירות הטיל $v(t)$. (30%)

ב. מהי מהירות הטיל בזמן $t=5s$, אם מהירות הגז הנפלט היא $u=300m/s$ ו- $\tau=0.2 s^{-1}$? (הטיל מתחיל ב- $t=0$ ממצב מנוחה)



4. מטוטלת, הבנויה ממוט קשיח בעל מסה M , ואורך L , מתנדנדת על ציר קבוע, שעובר דרך חור בקצה העליון של המוט הנ"ל. בנוסף, המטוטלת מחוברת לקיר עם קפיץ. הקפיץ רפוי כאשר המטוטלת נמצאת בזווית $\theta=0$ (ראה ציור). הקפיץ מחובר אל המוט במרחק $(3/4)L$ מתחת לציר. הקפיץ מקיים את חוק הוק; קבוע הקפיץ הוא k . מוט המטוטלת עשוי מחומר בעל צפיפות מסה אחידה. בבעיה זו, ניתן להניח כי זווית θ היא קטנה, כך ש- $\sin\theta \approx \theta$, $\cos\theta \approx 1$, והקפיץ - תמיד אופקי (בקירוב).

א. מהו מומנט ההתמד I של המוט, ביחס לציר הסיבוב? (25%)

ב. מצאו את זווית המטוטלת θ כפונקציה של הזמן, אם נתון שהמטוטלת התחילה ממצב מנוחה בזווית θ_0 נתונה. (רמז: ניתן לנחש את פתרון המשוואה הדיפרנציאלית $x = -a\ddot{x}$ (עבור a קבוע), בתור $x(t) = B\cos(Ct + \varphi)$, כאשר B, C , ו- φ הם קבועים).

ג. מהו זמן מחזור התנודות?

ד. מה תהיה התשובה המספרית לסעיף ג', אם $M=0.5kg$, $L=50cm$, $k=2N/m$, ו- $g \approx 10m/s^2$.

בהצלחה!

דף משוואות

$$C^2 = A^2 + B^2 - 2AB \cos \theta \quad \text{משפט קוסינוסים:}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \quad \text{מכפלה ווקטורית:}$$

$$= (A_y B_z - B_y A_z) \hat{x} + (A_z B_x - B_z A_x) \hat{y} + (A_x B_y - B_x A_y) \hat{z}$$

$$\hat{r} = \cos \theta \hat{x} + \sin \theta \hat{y} \quad \text{וקטורי יחידה בקואורדינטות פולאריות:}$$

$$\hat{\theta} = -\sin \theta \hat{x} + \cos \theta \hat{y}$$

$$\dot{\hat{r}} = \dot{\theta} \hat{\theta} \quad \text{נגזרות של וקטורי יחידה בקואורדינטות פולאריות:}$$

$$\dot{\hat{\theta}} = -\dot{\theta} \hat{r}$$

$$\dot{\vec{r}} = \dot{r} \hat{r} + r \dot{\theta} \hat{\theta} \quad \text{מהירות בקואורדינטות פולאריות:}$$

$$\ddot{\vec{r}} = (\ddot{r} - r \dot{\theta}^2) \hat{r} + (2\dot{r} \dot{\theta} + r \ddot{\theta}) \hat{\theta} \quad \text{תאוצה בקואורדינטות פולאריות:}$$

$$x(t) = f(t)g(t) \quad \dot{x}(t) = \dot{f}(t)g(t) + f(t)\dot{g}(t) \quad \text{כללי גזירה:}$$

$$x(t) = f(g(t)) \quad \dot{x}(t) = \dot{f}(g(t))\dot{g}(t)$$

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 \quad \vec{F} = \frac{Gm_1 m_2}{|R_{12}^2|} \hat{R}_{12} \quad \text{כוח משיכה:}$$

$$k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 \quad \vec{F} = -\frac{kq_1 q_2}{|R_{12}^2|} \hat{R}_{12} \quad \text{כוח קולון:}$$

$$\vec{F} = m\vec{a} = \frac{d\vec{P}}{dt} \quad \text{חוק השני של ניוטון:}$$

$$\vec{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} \quad \frac{d\mathbf{L}}{dt} = \vec{\tau} \quad \text{שימור תנע:} \quad \mathbf{L} = m\mathbf{r} \times \mathbf{v}$$

$$\varepsilon = c/a, \quad r_0 = b^2/a, \quad r = \frac{r_0}{1 + \varepsilon \cos \theta} \quad \text{משוואת האליפסה (אחד המוקדים בראשית הצירים):}$$

$$r_0 = \frac{L^2}{GMm^2}, \quad \varepsilon^2 = 1 + \frac{2EL^2}{G^2 M^2 m^3} \quad \text{בתנועה קפלרית:}$$

$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial U}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial U}{\partial y} \hat{y} \right) \quad \frac{1}{2}mv_b^2 - \frac{1}{2}mv_a^2 = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r} = U(r_a) - U(r_b) \quad \text{משפט עבודה אנרגיה:}$$