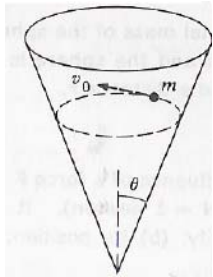


מבחן מועד א'

משך זמן הבחינה: שלוש שעות
 חומר עזר מותר: מחשבון כיס, דף הנוסחאות המצורף לבחינה זו, 3 עמודים מצולמים מספר אינטגרלים.
 כל חומר עזר אחר – אסור לשימוש בבחינה.
 מרצה: ד"ר אלי סלוצקין



1. חלקיק בעל מסה m נע במסלול מעגלי ואופקי, ללא חיכוך, בתוך חרוט. הקונוס מוצב אנכית, כמו בציור. כוח הכבידה של כדור הארץ מאונך למשטח שעליו מוצב הקונוס הנ"ל. המהירות המשיקית של החלקיק היא v_0 .

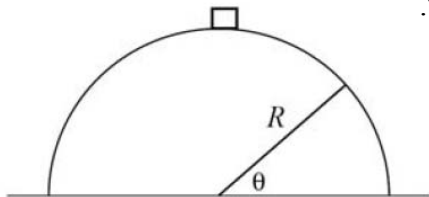
א. ציירו את דיאגרמת הכוחות הפועלים על החלקיק.

(30%)

ב. מצאו את רדיוס המסלול, כאשר θ ו- v_0 נתונים.

ג. רשמו את התשובה המספרית לסעי' ב', אם נתון: $\theta=30^\circ$, $v_0=1\text{m/s}$.

2. גוף בעל מסה M מחליק ממנוחה מראש משטח חצי-כדורי. החיכוך בין הגוף למשטח איננו זניח. המערכת נמצאת תחת השפעת הכבידה של כדור הארץ ($g=9.8\text{ m/s}^2$).
 כאשר הזווית θ (ראה ציור) מגיעה ל- 30° , הגוף מתנתק מהמשטח החצי-כדורי.



(25%)

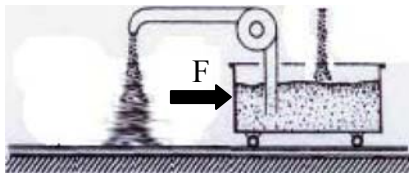
א. בטאו את הכוח השקול הפועל על הגוף (לפני ההינתקות) דרך הכוח הנורמלי N , מקדם החיכוך μ , הזווית θ ווקטורי היחידה. יש להשתמש בקואורדינאטות פולאריות.

ב. מהו גודלו של הכוח הנורמלי N , בעת ההינתקות של הגוף מהמשטח?

ג. מהי העבודה הכוללת W שביצע כוח החיכוך?

ד. מהי התשובה המספרית לסעיף הקודם אם $R=1\text{m}$ ו- $m=1\text{kg}$?
 רמז: שימו לב! אתם נשאלים בסעי' ג'-ד' על העבודה הכוללת W , בלבד. מקדם החיכוך איננו נתון בבעיה והוא איננו בהכרח קבוע לאורך המסלול.

(המשך המבחן מעברו השני של הדף)



3. בהתחלה, עגלה עם חול, בעלת מסה M (כולל החול שבתוכה) נמצאת במנוחה. בזמן $t=0$ מתחילים להזרים לתוך העגלה חול מתוך משפך המוצב על-גבי הקרקע; קצב הזרמת החול הוא b . במקביל, בזמן $t=0$, מתחילים להזרים חול החוצה מתוך העגלה (ראה ציור), באותו הקצב כנ"ל, b . בו בזמן, מתחילים לדחוף את הקרונית בכוח F .

(25%)

א. מהי מהירות הקרונית בזמן t ?

ב. רשמו את התשובה המספרית לסעי' ב', אם נתון: $b=2 \text{ kg/s}$, $M=5 \text{ kg}$, $F=1 \text{ N}$, $t=2 \text{ s}$.

ג. מה תהיה מהירות הקרונית כאשר $t \rightarrow \infty$?

4. גוף בעל מסה m נע לאורך מסלול סגור בנוכחות כוח משיכה מרכזי $\vec{F} = -kr^3 \hat{r}$, כאשר k הוא קבוע נתון. התנע הזוויתי של הגוף הוא L .

א. בטאו את האנרגיה הפוטנציאלית של הגוף, $U(r)$.

ב. נתון: מסלול התנועה של גוף זה מתקרב אל ראשית הצירים עד מרחק r_0 . מרחקו המכסימאלי מהראשית הוא $2r_0$. מצאו את r_0 אם L, k , ומסת הגוף m ידועים.

(20%)

רמז: מומלץ (כמו בפתרון בעיית קפלר, שהוצג בהרצאה) להגדיר אנרגיה אפקטיבית $U_{\text{eff}}(r)$. זה יאפשר להציג את האנרגיה הכוללת באותה צורה כמו במערכת חד-ממדית. התנע הזוויתי L צריך להופיע במקום $d\theta/dt$.

ג. מצאו את ערכו המספרי של r_0 אם $k=0.01 \text{ N/m}^3$, $L=1 \text{ kg m}^2/\text{s}$, ומסת הגוף $m=1 \text{ kg}$.

בהצלחה!

דף משוואות

$$C^2 = A^2 + B^2 - 2AB \cos \theta \quad \text{משפט קוסינוסים:}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \quad \text{מכפלה ווקטורית:}$$

$$= (A_y B_z - B_y A_z) \hat{x} + (A_z B_x - B_z A_x) \hat{y} + (A_x B_y - B_x A_y) \hat{z}$$

$$\hat{r} = \cos \theta \hat{x} + \sin \theta \hat{y} \quad \text{וקטורי יחידה בקואורדינאטות פולאריות:}$$

$$\hat{\theta} = -\sin \theta \hat{x} + \cos \theta \hat{y}$$

$$\dot{\hat{r}} = \dot{\theta} \hat{\theta} \quad \text{נגזרות של וקטורי יחידה בקואורדינאטות פולאריות:}$$

$$\dot{\hat{\theta}} = -\dot{\theta} \hat{r}$$

$$\dot{\vec{r}} = \dot{r} \hat{r} + r \dot{\theta} \hat{\theta} \quad \text{מהירות בקואורדינאטות פולאריות:}$$

$$\ddot{\vec{r}} = (\ddot{r} - r \dot{\theta}^2) \hat{r} + (2\dot{r} \dot{\theta} + r \ddot{\theta}) \hat{\theta} \quad \text{תאוצה בקואורדינאטות פולאריות:}$$

$$x(t) = f(t)g(t) \quad \dot{x}(t) = \dot{f}(t)g(t) + f(t)\dot{g}(t) \quad \text{כללי גזירה:}$$

$$x(t) = f(g(t)) \quad \dot{x}(t) = \dot{f}(g(t))\dot{g}(t)$$

$$G=6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 \quad \vec{F} = \frac{Gm_1 m_2}{|\vec{R}_{12}|^2} \hat{R}_{12} \quad \text{כוח משיכה:}$$

$$k=9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 \quad \vec{F} = -\frac{kq_1 q_2}{|\vec{R}_{12}|^2} \hat{R}_{12} \quad \text{כוח קולון:}$$

$$\vec{F} = m\vec{a} = \frac{d\vec{P}}{dt} \quad \text{חוק השני של ניוטון:}$$

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\tau} \quad \text{שימור תנע:} \quad \vec{L} = m\vec{r} \times \vec{v} \quad \text{תנע זוויתי:}$$

$$\varepsilon=c/a, \quad r_0=b^2/a, \quad r = \frac{r_0}{1 + \varepsilon \cos \theta} \quad \text{משוואת האליפסה (אחד המוקדים בראשית הצירים):}$$

$$r_0 = \frac{L^2}{GMm^2}, \quad \varepsilon^2 = 1 + \frac{2EL^2}{G^2 M^2 m^3} \quad \text{בתנועה קפלרית:}$$

$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial U}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial U}{\partial y} \hat{y} \right) \quad \frac{1}{2}mv_b^2 - \frac{1}{2}mv_a^2 = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r} = U(r_a) - U(r_b) \quad \text{משפט עבודה אנרגיה:}$$