

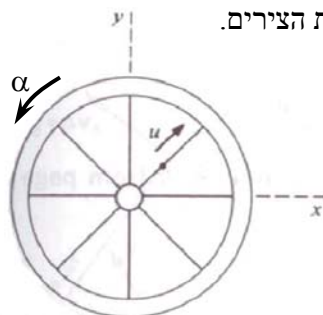
משך זמן הבחינה: שלוש שעות

חומר עזר מותר: מחשבון כיס, דף הנוסחאות המצורף לבחינה זו.

כל חומר עזר אחר – אסור לשימוש בבחינה.

מרצה: ד"ר אלי סלוצקין

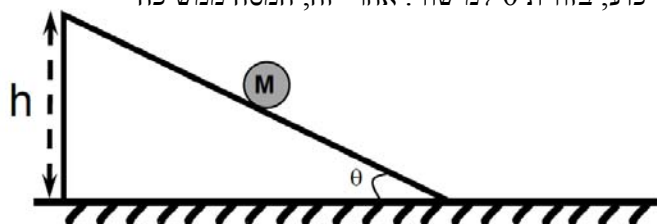
1. חרוז נע במהירות קבועה u לאורך חישור של אופן. בזמן $t=0$, האופן מתחיל להסתובב בתאוצה זוויתית קבועה α , ממצב מנוחה. בזמן $t=0$ החישור מקביל לציר ה- x , והחרוז נמצא בראשית הצירים.



- א. מצאו את מהירותו ותאוצתו של החרוז בקואורדינטות פולאריות.
ב. מצאו את הערך האבסולוטי של המהירות והתאוצה בזמן $t=2 \text{ sec}$, כאשר נתון: $\alpha=0.1 \text{ rad/s}^2$, $u=2 \text{ cm/s}$

(20%)

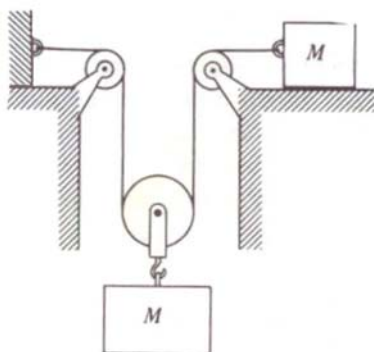
2. מסה M (נקודתית) מחליקה ממנוחה בגובה h , לאורך השיפוע, בזווית θ למישור. אחרי זה, המסה ממשיכה להחליק על המשטח הישר.



(25%)

- מקדם החיכוך בין המסה לכל אחד מהמשטחים הוא μ .
א. היכן, ביחס לסוף השיפוע, המסה תיעצר?
ב. תנו תשובה מספרית לסע' הקודם, אם נתון: $\theta=45^\circ$, $\mu=0.5$, $h=1 \text{ m}$.

3. במערכת שבציור, שתי המסות זהות. הגלגלת והחוטים הם חסרי מסה וחיכוך.



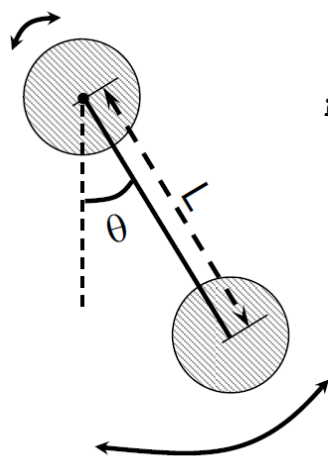
- א. מהו מקדם החיכוך המכסימאלי במשטח האופקי μ , שעבורו המערכת תנוע?
ב. אם המערכת נעה (עבור μ נתון כלשהו), מהי המתיחות בחוט?
ג. אם החיכוך בשולחן זניח $\mu=0$, אך שופכים על המסה הימנית חול מלמעלה, בקצב של b ק"ג/שנייה, מהי המתיחות בחוט (כפונקציה של הזמן)?
(המערכת משוחררת ממנוחה בזמן $t=0$; באותו רגע מתחילים גם לשפוך על המסה הימנית חול).

(30%)

רמז לסע' ג': הפתרון של משוואה דיפרנציאלית: $\ddot{x} + A\dot{x} + C = 0$ הוא:

$$x(t) = -\frac{B_1}{A} \exp(-At) - \frac{C}{A}t + B_2 = 0$$

כאשר B_1 ו- B_2 תלויים בתנאי ההתחלה.



4. שתי דיסקות, בעלות רדיוס R ומסה M , מחוברות במוט חסר מסה, בעל אורך L . הדיסקה העליונה תלויה על ציר (חסר-חיכוך), העובר דרך מרכזה. המערכת מתנדנדת כמטוטלת, כפי שמופיע בציור.

(25%)

- מצאו את מומנט ההתמד של המערכת, עבור תנודות סביב הציר הנ"ל.
- מצאו את מחזור התנודות, בקירוב של זוויות θ קטנות (כלומר, $\sin\theta \approx \theta$).
תזכורת: פתרון משוואה דיפרנציאלית $\ddot{x} = -Ax$ הוא: $x = C_1 \cos(\sqrt{A}t + \phi)$, כאשר C_1 ו- ϕ הם קבועים, התלויים בתנאי התחלה.
- מצאו את הפתרון המספרי לסעיף ב', אם $R=0.2\text{m}$, $L=1\text{m}$.

בהצלחה!

דף משוואות

$$C^2 = A^2 + B^2 - 2AB \cos \theta \quad \text{משפט קוסינוסים:}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \quad \text{מכפלה ווקטורית:}$$

$$= (A_y B_z - B_y A_z) \hat{x} + (A_z B_x - B_z A_x) \hat{y} + (A_x B_y - B_x A_y) \hat{z}$$

$$\hat{r} = \cos \theta \hat{x} + \sin \theta \hat{y} \quad \text{וקטורי יחידה בקואורדינאטות פולאריות:}$$

$$\hat{\theta} = -\sin \theta \hat{x} + \cos \theta \hat{y}$$

$$\dot{\hat{r}} = \dot{\theta} \hat{\theta} \quad \text{נגזרות של וקטורי יחידה בקואורדינאטות פולאריות:}$$

$$\dot{\hat{\theta}} = -\dot{\theta} \hat{r}$$

$$\dot{\vec{r}} = \dot{r} \hat{r} + r \dot{\theta} \hat{\theta} \quad \text{מהירות בקואורדינאטות פולאריות:}$$

$$\ddot{\vec{r}} = (\ddot{r} - r \dot{\theta}^2) \hat{r} + (2\dot{r} \dot{\theta} + r \ddot{\theta}) \hat{\theta} \quad \text{תאוצה בקואורדינאטות פולאריות:}$$

$$x(t) = f(t)g(t) \quad \dot{x}(t) = \dot{f}(t)g(t) + f(t)\dot{g}(t) \quad \text{כללי גזירה:}$$

$$x(t) = f(g(t)) \quad \dot{x}(t) = \dot{f}(g(t))\dot{g}(t)$$

$$G=6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 \quad \vec{F} = \frac{Gm_1 m_2}{|\vec{R}_{12}|^2} \hat{R}_{12} \quad \text{כוח משיכה:}$$

$$k=9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 \quad \vec{F} = -\frac{kq_1 q_2}{|\vec{R}_{12}|^2} \hat{R}_{12} \quad \text{כוח קולון:}$$

$$\vec{F} = m\vec{a} = \frac{d\vec{P}}{dt} \quad \text{חוק השני של ניוטון:}$$

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\tau} \quad \text{שימור תנע:} \quad \vec{L} = m\vec{r} \times \vec{v} \quad \text{תנע זוויתי:}$$

$$\varepsilon = c/a, \quad r_0 = b^2/a, \quad r = \frac{r_0}{1 + \varepsilon \cos \theta} \quad \text{משוואת האליפסה:}$$

$$r_0 = \frac{L^2}{GMm^2}, \quad \varepsilon^2 = 1 + \frac{2EL^2}{G^2 M^2 m^3} \quad \text{בתנועה קפלרית:}$$

$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial U}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial U}{\partial y} \hat{y} \right) \quad \frac{1}{2}mv_b^2 - \frac{1}{2}mv_a^2 = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r} = U(r_a) - U(r_b) \quad \text{משפט עבודה אנרגיה:}$$